

МIНIСТЕРСТВО ОСВIТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ

“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Факультет прикладної математики

Кафедра програмного забезпечення комп’ютерних систем

**Лабораторна робота №** 2

з дисципліни “ Математичні методи оптимізації ”

тема “Лінійне програмування”

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Виконав  студент VI курсу  групи КВ-64М  Подольський Сергій Валентинович  (*прізвище, ім’я, по батькові*)  варіант № 1 |  | Умовно зарахована  “\_\_\_\_” “\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_” 20\_\_\_ р.  викладачем  Онай Микола Володимирович  (*прізвище, ім’я, по батькові*) |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Штрафні бали:   |  |  | | --- | --- | | **Термін здачі** | **Оформлення звіту** | |  |  | | Нараховані бали:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | **Корект. виконання завд. (3 бала)** | **Відп. на теор. питання (4 бала)** | **Відп. на прогр. питання (2 бала)** | |  |  |  | | Сумарний бал:   |  | | --- | |  | |

Київ 2011

# Постановка задачі за варіантом

1. Побудувати графічно область допустимих розв’язків задачі лінійного програмування

Розв’язати задачу спочатку як задачу мінімізації, а потім як задачу максимізації.

1. Побудувати задачу двоїсту до заданої. Побудувати графічно область допустимих розв’язків отриманої задачі лінійного програмування. Розв’язати отриману двоїсту задачу, спочатку як задачу мінімізації, а потім як задачу максимізації.
2. Зробити висновки.

# Математичне підґрунтя для виконання даної лабораторної роботи

Загальна задача лінійного програмування є задачею умовної оптимізації, в якій цільова функція і функції обмежень лінійні:

знайти  при обмеженнях

 (1)

 (2)

для заданих    Обмеження (1), задані у вигляді рівностей та нерівностей, називаються *загальними*; обмеження (2) – *прямими*. Задача лінійного програмування називається *стандартною*, якщо в (1)  і в (2) , тобто загальні обмеження складаються із рівностей, а вимога невід’ємності поширюється на всі змінні  Якщо ввести додаткові змінні  і зробити заміну



то загальна задача лінійного програмування зведеться до еквівалентної стандартної задачі:

знайти 



при обмеженнях



Стандартна форма задачі лінійного програмування є найбільш простою та зручною при побудові обчислювальних алгоритмів.

Розглянемо симплекс-метод для наступної задачі. Знайти  для заданого вектора  та заданої множини

,

де – матриця розміром :

.

Стовпці матриці  позначаються через 

*Припущення 0*.  – ранг матриці  дорівнює ; ;  – множина  непорожня.

*Означення 1*. Допустимий розв’язок  (тобто вектор ) називається *опорним* розв’язком задачі 0, якщо система векторів , який відповідає його додатнім компонентам , лінійно-незалежна.

*Означення 2*. *Базисом* опорного розв’язку  називають систему  лінійно-незалежних векторів, яка включає всі вектори , що відповідають додатнім складовим опорного розв’язку .

*Означення 3*. Опорний розв’язок  називається *невиродженим*, якщо число його додатних компонент дорівнює  (якщо воно менше , то опорний розв’язок називається виродженим).

*Означення 4*. Стандартна задача лінійного програмування називається *невиродженою*, якщо всі її опорні розв’язки невироджені).

*Означення 5*. Компоненти опорного розв’язку, які відповідають векторам його базису, називаються *базисними*, а інші – *небазисними*.

В подальшому базисні вектори будемо позначати через

;



Базисні вектори  характеризуються номером  та позицією , яку він займає в базисі. Матриця , що складена з векторів , називається базисною

.

В симплекс-методі розв’язування задачі 0 починається з відомого опорного розв’язку та його базису. На кожній ітерації алгоритму проводиться перевірка опорного розв’язку на оптимальність. Якщо опорний розв’язок не оптимальний, то вказується спосіб, що дозволяє по даному опорному побудувати другий опорний розв’язок, більш близький до оптимального. Через скінчене число ітерацій або знаходиться розв’язок задачі 0, або встановлюється необмеженість цільової функції задачі 0 на множині .

# Область допустимих розв’язків прямої задачі



Рис.  1. Область допустимих розв’язків прямої задачі

# Область допустимих розв’язків двоїстої задачі

Оскільки кількість обмежень прямої задачі більша, ніж три, то відповідною буде і кількість змінних в двоїстій задачі. В такому випадку побудувати графічно область допустимих розв’язків двоїстої задачі не представляється можливим.

# Розв’язки (вектор та значення цільової функції) прямої і двоїстої задач максимізації та мінімізації

Optimization terminated.

xmin =

119.0000

204.0000

259.8571

fprimalmin =

1.0359e+005

Optimization terminated.

xmax =

200.4211

333.0000

444.0000

fprimalmax =

1.7415e+005

Optimization terminated.

ymin =

1.0395

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

163.9474

268.3158

0.0000

0.0000

0.0000

fdualmin =

1.7415e+005

Exiting: The problem is unbounded; the constraints are not restrictive enough.

ymax =

1.0e+019 \*

0

0.0010

0

0

0.0047

0

0.1750

1.2957

0

0

0

fdualmax =

6.3299e+021

# Висновки

Із результатів обчислень видно, що значення знайденого максимуму прямої задачі лінійного програмування співпадає із значенням знайденого мінімуму двоїстої задачі. Під час максимізації двоїстої функції виникли труднощі, пов’язані з алгоритмічними особливостями реалізації функції *linprog* в MATLAB, як при пошуку симплекс-методом, так і з використанням інших. Для побудови області допустимих розв’язків прямої задачі було використано сторонню функцію [*plotregion*](http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/9261) для MATLAB.

# Додаток 1: MATLAB-скрипт знаходження розв’язків

clc

close all

% A \* x <= b

A = [

228 -24 -84

-230 116 -202

-27 72 -111

406 23 -252

49 -62 -233

1 0 0

0 1 0

0 0 1

-1 0 0

0 -1 0

0 0 -1

];

b = [ 408 442 103 -94 -215 392 333 444 -119 -204 -4];

plotregion(-A, -b, [], [], 'r')

% Title

title('LP Primal Problem Region Polytope')

% X label

xlabel('X1');

% Y label

ylabel('X2');

% Z label

zlabel('X3');

%axis equal

% f(X) = c \* x -> min

c = [ 237 139 181 ];

% Minimize primal f

[xmin fprimalmin] = linprog(c, A, b)

% Maximize primal f

[xmax fprimalmax] = linprog(-c, A, b);

xmax

fprimalmax = -fprimalmax

% Minimize dual f

[ymin fdualmin] = linprog(b, -A', -c, [], [], zeros(11,1))

% Maximize dual f

options = optimset('largescale','off','simplex','on');

[ymax fdualmax] = linprog(-b, -A', -c, [], [], zeros(11,1), [], [], options);

ymax

fdualmax = -fdualmax